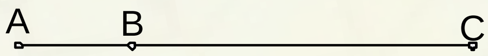
ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ ГРАД ВИДИН
18 ОКТОМВРИ 2008 ГОДИНА

4 КЛАС

1 зад. Намерете разликата на числата А и В, ако А е неизвестното число от равенството $7.A-240:8=140.2+60.3$, а В е неизвестното число от равенството $292+84=B-(56+79)$.

2 зад. За едно двуцифрено число е известно, че цифрата на единиците е три пъти по-голяма от цифрата на десетиците. Ако се разменят цифрите се получава число, което е с 36 по-голямо от първоначалното число. Кое е то?

3 зад. На чертежа отсечката ВС е три пъти по-голяма от отсечката АВ, а отсечката АС е с 36 см по-дълга от АВ. Колко сантиметра е отсечката АС?



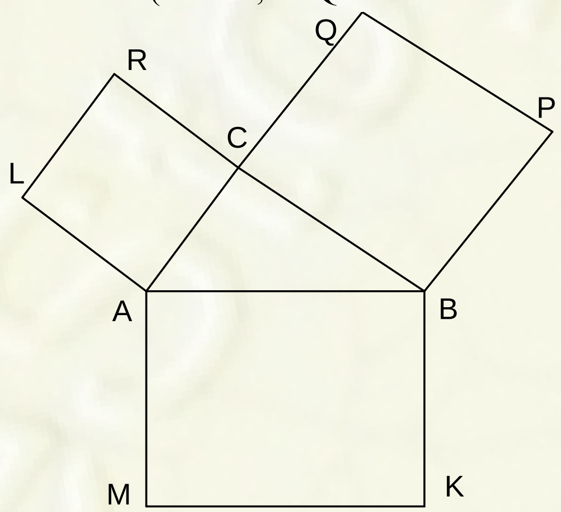
4 зад. Да се намери обиколката на триъгълника АВС, ако:
а) $AB=15\,см$, ВС е с 4 см по-къса от АВ, а АС е три пъти по-къса от от АВ;
б) $AB=92\,см$ и е с 27 см по-дълга от ВС, а АС е с 18 см по-дълга от ВС.

5 зад. В един жилищен блок има 48 апартамента – по два двустайни и един тристаен на етаж. Да се намери по колко апартамента от двата вида има в този жилищен блок.

6 зад. Мария, Петя и Ели садили цветя. Мария садила 5 часа и засадила 60 цветя, Петя садила 4 часа, а Ели работила 6 часа и засадила 66 цветя.За един час Петя засадила толкова цветя повече от Мария, колкото Ели за един час засаждала по-малко от Мария. Колко цветя е засадила Петя?

7 зад. В кухнята на семейство Мечови имало кошница с круши. Дошъл татко Мечок и изял 5 круши. След него се вмъкнал малкият Мечо и изял половината от останалите. Мама Меца се върнала от пазар и оставила в кошницата толкова круши, колкото е най-малкото двуцифрено число, записано с еднакви цифри. На обяд се оказало, че в чинията на всеки от тримата има по 5 круши, а в кошницата няма нито една. Колко круши е имало пъвоначално в кошницата?

8 зад. Да се намери обиколката на фигурата, ако $AB=5\,см$, $AC=3\,см$ и $BC=4\,см$ (ABKM, BCQP и ACRL са квадрати).



ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА

ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ ГРАД ВИДИН
18 ОКТОМВРИ 2008 ГОДИНА

5 КЛАС

1 зад. Пинокио раздели едно число на 3 и получи 246. Кое число ще получи Пинокио, ако раздели същото число на 18.

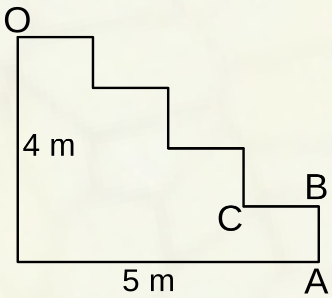
2 зад. Нека $A=\left(4+8.12\right).27-23760:9$ и

$B=3\,стохиляди+11\,десетохиляди+15\,хиляди+18\,стотици+7\,десетици+30\,единици$.

а) Колко пъти числото B е по-голямо от числото A?

б) С колко A е по-малко от B?

3 зад. Калинка се изкачва по стълба, като се движи от точка A до точка B, а след това от точка B до точка C и т. н. до върха O. Колко метра е изминала Калинка?



4 зад. От цифрите 2, 3, 6 и 8 са написани всички възможни четирицифрени числа с различни цифри. Тези числа са подредени по големина във възходящ ред. Кое число стои на 15-то място в тази редица?

5 зад. Тази година Димитър ще празнува именния си ден на 26 октомври в неделя. Рожденият си ден празнувал 45 дена преди тази дата. В кой ден от седмицата Димитър е празнувал рождения си ден?

6 зад. Обиколката на квадрат е 4 дм 8 см. Основата на равнобедрен триъгълник е с 3 см по-къса от страната на квадрата, а бедрото му е 1 дм 4 мм. Колко милиметра е обиколката на триъгълника?

7 зад. Клео умножила естественото число A с 54, а Ема умножила същото число с 23. Разликата на получените произведения била 392491.

а) Намерете числото A.

б) Рики увеличила числото A с 1000. Кое число е получила тя?

8 зад. В парк направили изкуствено езерце с форма на правоъгълник с широчина 3 м и лице 57 кв.м. Езерцето оградили с ивица тревна площ така, че водата и тревната площ общо също имат формата на правоъгълник с лице 175 кв.м. Покрай двете по-дълги страни на езерцето тревната площ е широка 2 м, а покрай двете му по-къси страни – x м. На колко метра е равно x?

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА

ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ ГРАД ВИДИН
18 ОКТОМВРИ 2008 ГОДИНА

6 КЛАС

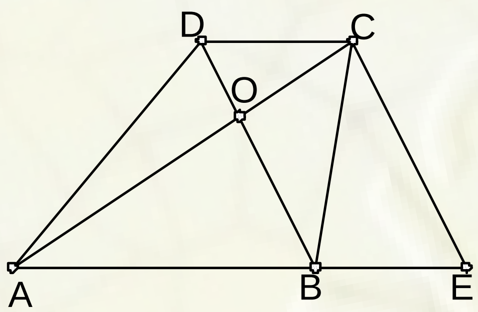
1 зад. Пресметнете стойността на израза $X = a - b : \left(c - 2\frac{2}{3} \right)$,

където $a = 3{,}3.41 + 1{,}7.41 - 5.38{,}2$; $b = 6 : \frac{1}{3} - 0{,}8 : \dfrac{1{,}5}{\frac{3}{2}.0{,}4.\dfrac{50}{1 : \frac{1}{2}}}$, а c е най-големият общ делител на числата 18; 48 и 126.

2 зад. Четирима приятели събрали пари за подарък. Първият дал 40% от цената му; вторият дал 25% от парите на първия; третият дал половината от парите на първите двама, а четвъртият – останалите 4 лева. Колко струва подаръкът?

3 зад. Една сутрин Робинзон и Петкан се разделили до счупената лодка и всеки тръгнал да изследва брега на острова. Всеки ден Робинзон изминавал по 25 км, а Петкан – по 35 км. Ако обиколката на острова е 120 км, на колко километра от счупената лодка Робинзон и Петкан ще бъдат отново заедно, ако:
а) тръгнат в различни посоки? б) тръгнат в една посока?

4 зад. На фигурата ABCD е трапец, а BECD е успоредник. Ако $AB = 2.BE$, $S_{ABO} = 4$ и $S_{BEC} = 3$, да се намери лицето на $\triangle COD$.



ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА

ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ ГРАД ВИДИН
18 ОКТОМВРИ 2008 ГОДИНА

7 КЛАС

1 зад. Пресметнете стойността на израза:

а) $A = \dfrac{|-3+a|}{|-1|} + 2.\left|a + (-1)\right| + |-a|$, ако $a = -8$;

б) $B = \dfrac{7^{77}}{7^{77} + 7^{77} + 7^{77}}$;

в) $C = \dfrac{2^{25}.\left(a^2 - 2a - 4\right)^6}{\left(2^5 - 1\right)^7}$, ако $a = -\dfrac{3}{4}$.

2 зад. Разстоянието между градовете A и B е 84 км. От A към B и от B към A едновременно тръгнали велосипедисти. Те се движели с постоянни скорости, разликата между които била 2 км/ч. Ако велосипедистите са се срещнали след 168 минути, намерете скоростта на по-бавния велосипедист.

3 зад. В $\triangle ABC$ с лице 112 см^2, точките M, N, P и Q са среди съответно на отсечките AB, CM, AN и MP, а точката D е вътрешна за отсечката NQ и я дели в отношение 5:2 считано от N. Намерете $S_{\triangle PQD}$.

4 зад. Измеренията на правоъгълен паралелепипед са три последователни числа. Обемът и сумата от трите му различни ръба се изразяват с едно и също число. Да се намери това число.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА

ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ ГРАД ВИДИН
18 ОКТОМВРИ 2008 ГОДИНА

8 КЛАС

1 зад. Решете неравенството $\frac{(3x-4)^2}{4}-\frac{1}{4}\left(x+\frac{\frac{(2x+1)^2-1}{2}-x}{2}\right)\le\frac{1}{2}(2x-3)^2$ и пресметнете средното аритметично на всички негови цели решения от интервала $(-5;3]$.

2 зад. а) Решете уравнението $12x^2-6x(x-1)(x+1)-2(x-2)(x^2+2x+4)=-(2x-1)^3-8x$.

б) Разложете на множители многочлена $a^2+6a+5-4b-b^2$ и намерете числената му стойност при $a=\frac{18^2.(-6)^3.8^2}{12^6}$ и $b=\frac{x+|x-6|}{|x+4|-|x+5|}$, ако $-4<x<6$.

3 зад. Даден е равнобедрен $\triangle ABC$ с основа AB. Ако $\angle ACB=120^\circ$ и симетралите на страните AC и BC се пресичат в точка O, да се докаже, че:
а) AB е симетрала на отсечката CO;
б) четириъгълникът AOBC е ромб;
в) ако AB пресича CO в точка P и $AB=12\,см$, намерете разстоянието от P до страната на ромба.

4 зад. Точка M е средата на страната AB на успоредника ABCD, а точка N е средата на CD; $AB=2.BC$.
а) Да се намерят мерките на $\angle ANB$ и $\angle CMD$.
б) Ако AN и DM се пресичат в точка P, а BN и CM – в точка Q, да се докаже, че PQ=AD.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА

ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ ГРАД ВИДИН
18 ОКТОМВРИ 2008 ГОДИНА

9 КЛАС

Зад. 1. Намерете:

а) най-голямата стойност на израза $\frac{x}{2x+y}+\frac{y}{2y+x}-\frac{2}{3}$, ако $x>0$ и $y>0$.

б) стойностите на параметъра a, при които уравнението

$ax^2+\sqrt{3}x+a=0$ има един корен.

Зад. 2. Пресметнете:

а) $\frac{3}{2-\sqrt{5}}+\frac{5}{2+\sqrt{5}}-\frac{1}{3+\sqrt{5}}-\frac{9\sqrt{5}}{4}$;

б) $\sqrt{6+2\sqrt{6}+2\sqrt{3}+2\sqrt{2}}.(\sqrt{3}-\sqrt{2}+1)-2\sqrt{3}$.

Зад. 3. В равнобедрен трапец $ABCD$ ($AB // CD$) с пресечна точка на диагоналите M , $\angle DAB=50^o$ и $\angle AMD=40^o$. Намерете мярката на $\angle ACB$.

Зад. 4. Точка M е средата на страната AC в триъгълника ABC . Точка N лежи на правата AB така, че A е между N и B , а $AB=2AN$. Правата NM пресича страната BC в точка K . Пресметнете отношението $\frac{BK}{KC}$.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА

ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ ГРАД ВИДИН
18 ОКТОМВРИ 2008 ГОДИНА

10 КЛАС

Задача 1. За кои стойности на реалното число a корените x_1 и x_2 на уравнението $x^2+\left(a-1\right)x+2a-8=0$ удовлетворяват равенството $2x_1-x_2+6=0$?

Задача 2. Даден е равнобедреният триъгълник $ABC\,(AC=BC)$, медицентърът на който лежи на вписаната в триъгълника окръжност. Намерете радиуса на тази окръжност, ако $AC=10\ см$.

Задача 3. Ъглополовящите на ъглите BCD и CDA в трапеца $ABCD$ се пресичат в точката K от основата AB. Да се намерят страните на трапеца, ако височината му е равна на 12 и $DK=15$, $CK=13$.

Задача 4. Да се реши уравнението

$$\frac{10}{\sqrt{x+2}-1}-\frac{5}{\sqrt{x+2}+1}+\frac{8}{\sqrt{x+2}-5}+\frac{2}{\sqrt{x+2}+5}=0.$$

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА

ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ ГРАД ВИДИН
18 ОКТОМВРИ 2008 ГОДИНА

11 КЛАС

1 зад. а) Решете неравенството $\dfrac{100x^2-1}{x+3} \geq 0$.

б) Намерете стойностите на параметъра a, за които неравенството $2x^2+ax+1<0$ има решения, всяко от които удовлетворява неравенството от а).

2 зад. Намерете стойността на израза $\dfrac{\sin\alpha-2\cos\alpha}{\sin\alpha+2\cos\alpha}$, ако $\sin^4\alpha+\cos^4\alpha=\dfrac{17}{25}$ и $\alpha\in\left(90^\circ,180^\circ\right)$.

3 зад. Точка D лежи върху страната AB на $\triangle ABC$, $AD=2cm$, $BD=3cm$, $\angle ACD=30^\circ$ и $AC:CB=4:3$. Намерете дължината на CD и лицето на $\triangle ABC$.

4 зад. От 9 ученици трябва да се съставят три отбора. Всеки отбор трябва да се състои от капитан и двама обикновени състезатели. По колко различни начини могат да се съставят отборите? Каква е вероятността двама предварително определени измежду деветте ученици да са в един и същи отбор?

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА

ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ ГРАД ВИДИН
18 ОКТОМВРИ 2008 ГОДИНА

12 КЛАС

1 зад. Окръжност с център, лежащ върху диагонала AC на трапец ABCD, минава през върховете A и D, пресича основата AB и се допира до бедрото BC в точка C. Ако $AD = 5\sqrt{2}$ и $BC = 10\sqrt{13}$, да се пресметне лицето на трапеца.

2 зад. Уравнението $x^2 + 4ax + 5(b+1) = 0$ има корени x_1 и x_2, а числата y_1 и y_2 са корени на $y^2 + 3ay + b^2 + 4 = 0$. Да се намерят стойностите на параметрите a и b, за които числата x_1, y_1, x_2 и y_2, взети в този ред, образуват аритметична прогресия.

3 зад. Да се реши уравнението $\log_{13-x^2}\left(3.4^{x+2} - 18 + 4^{-x}\right) = \log_{x+1}\left(3.4^{x+2} - 18 + 4^{-x}\right)$.

4 зад. В правоъгълен $\triangle ABC$ височината CH към хипотенузата пресича ъглополовящата AL в точка P, а медианата AM – в точка Q. Ако $PL : AP = 2 : 1$, да се намери отношението $QM : AQ$.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА