

ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ
17 ОКТОМВРИ 2009 ГОДИНА ГРАД ВИДИН

4 КЛАС

Задача 1. Да се пресметне стойността на израза $(a:3+19):b-2$, ако a удовлетворява равенството $636:6+a=75.3+16$, а b е равно на стойността на израза $100+36-7.8-3-2.23+27-50$.

Задача 2. Поставете скоби така, че да се получи вярно равенство:
 $36:4+5+41.3=147$. На колко е равно произведението на числата, записани в скобите?

Задача 3. Намерете разликата между най-голямото и най-малкото трицифрени числа, записани с различни цифри. На колко е равно частното на тази разлика с числото 5?

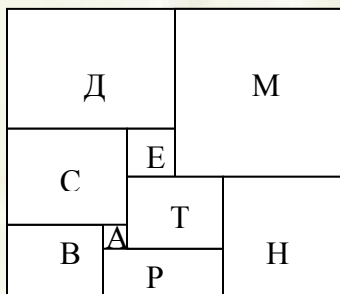
Задача 4. Колко килограма хляб може да се получи от 300 кг пшеница, ако от 5 килограма пшеница се получава 4 кг брашно, а от 2 кг брашно се получават 3 кг хляб?

Задача 5. Четири ябълки и една круша тежат колкото две круши и една ябълка, а пет ябълки и три круши тежат 1400 грама. Колко грама тежи една ябълка и колко – една круша?

Задача 6. Ако 4 празни бутилки от лимонада могат да се заменят за една пълна, колко бутилки може да изпие семейство, събрало 32 празни бутилки?

Задача 7. Едната от страните на правоъгълник е 3 см, а другата е 2 пъти по-голяма. Обиколката на равностранен триъгълник е с 12 см по-голяма от обиколката на правоъгълника. Намерете страната на триъгълника.

Задача 8. Правоъгълникът на чертежа е разделен на 9 квадрата. Дължината на страната на квадрата А е 1 см, а дължината на страната на квадрата В е 9 см. Намерете обиколката на правоъгълника.



ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА

Резултати на: www.smb-vidin.lgb.bg

ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ
17 ОКТОМВРИ 2009 ГОДИНА ГРАД ВИДИН

5 КЛАС

Задача 1. Пресметнете стойността на израза: $C = (a - x) : (b : 10) - (b : 25 + 37)$, ако $a = 4$ десетохиляди + 1 стотица + 2 десетици + 9 единици, b е определено от равенството $750 : 3 + b = 940 : 20 + 9.67$, а $x = 2009$.

Задача 2. На компютърния екран е изписано числото 1709. Всяка секунда компютърът увеличава записаното число с 5. Кое число ще бъде изписано след 1 минута?

Задача 3. Магаренцето Марко тича със скорост 22км/ч, която е със 17 км/ч по-голяма от скоростта му когато върви. Марко вървял 3 часа и тичал 2 часа. Колко път е изминал?

Задача 4. Първия ден от автопоход автомобил изминал 64 км. Всеки следващ ден той изминавал с 1 км повече. Колко дни е продължил автопохода и общо колко километра е изминал автомобилът, ако през последния ден изминатото разстояние било 75 км?

Задача 5. Страните на правоъгълник са 12 см и 2 дм, а страните на втори правоъгълник са 4 пъти по-малки от тях. Страните на трети правоъгълник са с 4 см по-малки от страните на първия. Ако от първият правоъгълник изрежем по един правоъгълник от втория и третия вид, да се намери лицето на получената фигура.

Задача 6. Обиколката на квадрат е с 612 см по-голяма от страната му. Намерете лицето на квадрата.

Задача 7. Майката на Димитър е на 30 години, а трите ѝ деца са на 4, 3 и 1 години. След 12 години сборът на годините на родителите на Димитър ще е два пъти по-голям от сбора на годините на трите деца. На колко години е сега бащата на Димитър?

Задача 8. Доктор Ох Боли разделил на четири от любимите си животни 2009 чудотворни таблетки с витамини. Носорогът получил 2 таблетки повече от Крокодила. Хипопотамът получил 1 таблетка повече от Носорога, а Слончо – с 1 повече от Хипопотама. Колко таблетки с витамини трябва да изяде Слончо?

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА

Резултати на: www.smb-vidin.lgb.bg

ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ
17 ОКТОМВРИ 2009 ГОДИНА ГРАД ВИДИН

6 КЛАС

Задача 1. Пресметнете стойността на израза $B = 33\frac{1}{3}\%$ от $A - \frac{3}{5} \cdot x$,

където $A = \left(11\frac{1}{3} \cdot 5,25\right) : \left(37 - 32\frac{3}{4}\right) - \frac{2,4 \cdot 13\frac{2}{13} + 2,4 \cdot 17\frac{11}{17}}{0,3 \cdot 13\frac{2}{13} + 0,3 \cdot 17\frac{11}{17}}$, а x е неизвестното

число от равенството $\left(26\frac{1}{3} - 13\frac{1}{3} : x\right) \cdot 0,2 = 3\frac{2}{3}$.

Задача 2. Лека кола изминала $\frac{2}{5}$ от разстоянието между Стара Загора и Казанлък, когато шофьорът установил, че разстоянието, което му остава да измине, е с 6 км повече от това, което вече е изминал. Колко литра бензин е изразходвал шофьорът за целия път, ако за 100 км са необходими 8 литра бензин?

Задача 3. Даден е правоъгълникът ABCD със страни $AB = 16$ см и $BC = 7$ см. Точката М е от страната BC и $BM = \frac{3}{7} BC$, точката Р е от страната CD и $DP = 0,25 \cdot DC$, а точката N е от отсечката PC и $PN = 0,5 \cdot PC$. Каква част от лицето на дадения правоъгълник е лицето на четириъгълника AMNP?

Задача 4. Ръбовете на аквариум с форма на правоъгълен паралелепипед се измерват с цяло число дециметри и сборът от дължините на всичките му ръбове е 28 дм. Колко квадратни метра стъкло са необходими за изработването на аквариум с най-голяма вместимост?

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА

ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ
17 ОКТОМВРИ 2009 ГОДИНА ГРАД ВИДИН

7 КЛАС

Задача 1. Пресметнете:

а) $\left(7\frac{2}{9}\% \text{ от } 36000\right) : c$, ако $c = -13 \cdot 10 \cdot (-10)^2$.

б) $3 : \left(-\frac{3}{5}\right) - \left(-\frac{4}{5} : 2\right) + 5 \left(0,2^2 \cdot 10 - \frac{2}{5} : (-2) : (-1)^{2n+1}\right)$.

в) $\frac{a+2b+3c}{2a-b+c}$, ако за числата a , b и c е известно, че $a:b=1:3$ и $a+b=c$.

Задача 2. Четири шоколада струват 7,84 лв. Цената на един шоколад и тази на една вафла се отнасят съответно както 7 : 2. Намерете колко лева струват 24 вафли.

Задача 3. В правоъгълна координатна система са изобразени точките $A(-5;0)$,

$B\left(3\frac{2}{3};0\right)$, $C(0;-0,2)$ и $D(0;1,5)$. Точките P и Q са среди съответно на отсечките

AB и CD . В кой квадрант е разположена средата на отсечката PQ ? Обосновете отговора си.

Задача 4. Правоъгълен триъгълник с катети $AB = 3$ см и $BC = 4$ см се върти около права l , минаваща през точка A и успоредна на BC . Намерете обема на полученото тяло и лицето на повърхнината му, ако хипотенузата на триъгълника е 5 см.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА

ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ
17 ОКТОМВРИ 2009 ГОДИНА ГРАД ВИДИН

8 КЛАС

Задача 1. Семейство планира екскурзия: да тръгнат по река точно на обяд с моторна лодка, да спрат някъде на пикник за 2 часа и да се приберат не по късно от 19 часа след обяд. На какво разстояние най-много могат да се отдалечат, ако скоростта на лодката в спокойна вода е 10 км/ч, а скоростта на течението е 2 км/ч?

Задача 2. Точките A_1 , B_1 , C_1 и D_1 лежат съответно на страните AB , BC , CD и DA на успоредника $ABCD$, така че $AA_1=CC_1$ и $BB_1=DD_1$. Пресечните точки на AB_1 с DA_1 и BC_1 съответно са M и N , а пресечните точки на CD_1 с BC_1 и DA_1 са съответно P и Q . Да се докаже, че: а) четириъгълникът $MNPQ$ е успоредник;

б) отсечките MP , NQ , AC и BD имат обща среда.

Задача 3. Дадено е уравнението $(x+a)(x^2-ax+a^2)=(x+a)^3-3a(x-1)^2$. За кои стойности на параметъра a то има корен, равен по абсолютната стойност на 1?

Задача 4. За трапец $ABCD$ ($AB \parallel CD$) със среди на основите M и N е дадено, че $AB = 6$ см, $DC = 2$ см, $MN = 2$ см и $\square ABD$ е равнобедрен. Да се намерят ъглите на трапеца.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА

ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ
17 ОКТОМВРИ 2009 ГОДИНА ГРАД ВИДИН

9 КЛАС

Задача 1. а) Да се реши системата уравнения

$$\begin{cases} a+b = \frac{2a+9}{10} - \frac{1}{4} \\ a-b = \frac{2a+9}{20} - \frac{1}{4} \end{cases}$$

б) Да се построи графиката на функцията $y = ax + 4b$, където $(a; b)$ е решение на системата от а) и да се намери лицето на триъгълника с върхове в началото на координатната система и пресечните точки на графиката с координатните оси.

Задача 2. Да се реши уравнението $c^2x^2 + (5 - \sqrt{10})cx - 5\sqrt{10} = 0$, ако

$$c = \left[b+1 - \frac{5b^2+2b+1}{(b+1)^2} \right] \cdot \left[\frac{1}{b} + \frac{4}{(b-1)^2} \right].$$

Задача 3. Даден е трапецът $ABCD$ ($AB \parallel CD$, $AB > CD$). Средната отсечка MN ($M \in AD$, $N \in BC$) пресича диагоналите AC и BD съответно в точките P и Q .

Построена е височината на трапеца DH ($H \in AD$). Да се намери лицето на трапеца, ако $MN \cdot PQ = 25$ и $DH = 3(AB - CD)$.

Задача 4. Около $\square ABC$, в който $AC > BC$, е описана окръжност с диаметър AB и център O . Симетралата на AC сключва с AB ъгъл 60° и пресича дъгата \widehat{AC} (несъдържаща точка B) в точката E . Допирателните към окръжността в точките A и B се пресичат с допирателната в точка E съответно в точките N и M така, че $ON = 6$ см, $OM = 10$ см и $MN = 12$ см.

а) Да се определят ъглите на трапеца $ABMN$.

б) Да се намерят дължините на страните на трапеца.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА

ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ
17 ОКТОМВРИ 2009 ГОДИНА ГРАД ВИДИН

10 КЛАС

Задача 1. Решете уравненията :

а) $1 + \frac{3}{x+3} \cdot \left(1 + \frac{2}{x+2} \cdot \left(1 + \frac{1}{x+1} \right) \right) = x;$

$$\text{б) } 2\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = (x+2)^2 .$$

Задача 2. Да се намерят стойностите на реалния параметър a , за които уравнението $(a - |x-1| - 1)(a + x^2 - 2x - 2) = 0$ има точно три различни реални корена.

Задача 3. В четириъгълника $ABCD$ $\sphericalangle CAD = \sphericalangle BDC, \sphericalangle ABD = \sphericalangle ACB, AB = 4, CD = 3$. Да се пресметне дължината на диагонала AC .

Задача 4. Точка E е от страната CD на квадрата $ABCD$, а правата AE пресича правата BC в точка F . Докажете, че $\frac{1}{AE^2} + \frac{1}{AF^2} = \frac{1}{AB^2}$.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА

ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ
17 ОКТОМВРИ 2009 ГОДИНА ГРАД ВИДИН

11 КЛАС

Задача 1. Цветан написал всяко от числата от 10 до 120 на отделни картончета и ги поставил в кутия. След това по случаен начин изтеглил две от тях. Каква е вероятността на едното картонче да е записано число, в което има повтарящи се цифри, а на другото – число, записано с различни цифри?

Задача 2. Решете неравенството

$$(x^4 - 5x^2 + 4) \sqrt{\frac{2x^2 + x - 3}{x^2 + x - 2}} - 1 \leq 0.$$

Задача 3. В $\triangle ABC$ са построени ъглополовящите AL и CD ($L \in BC, D \in AB$). Намерете дължините на отсечките BD и AL и радиуса на окръжността, описана около $\triangle CDL$, ако $AC = 2, BC = 4$ и $CD = \sqrt{6}$.

Задача 4. Диагоналите на вписания в окръжност четириъгълник $ABCD$ се пресичат в точка P . Намерете лицето на $\triangle ABD$, ако $AD = DC = 6, AB = 7$ и $DP = 3$.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА

ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ
17 ОКТОМВРИ 2009 ГОДИНА ГРАД ВИДИН

12 КЛАС

Задача 1. Дадени са три числа със сума, равна на 7, които образуват геометрична прогресия. Ако първото се намали с 2, второто се увеличи с 3, а третото се намали с 8, се получават три числа, които в някакъв ред образуват аритметична прогресия. Намерете дадените числа.

Задача 2. Дадено е уравнението $x^2 - (1 + tg\alpha)x + \cos^2 \alpha = 0$, където $\alpha \in \left(-2\pi, -\frac{3\pi}{2}\right)$

е параметър. Намерете корените x_1 , x_2 и стойността на α , ако $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 4$.

Задача 3. Дължините на страните на триъгълник образуват аритметична прогресия. Намерете радиуса на описаната около триъгълника окръжност и разстоянието между петите на височините, прекарани през краищата на най-голямата страна, ако лицата на триъгълника и вписания в него кръг са съответно $3\sqrt{15}$ и $\frac{5\pi}{3}$.

Задача 4. В четириъгълник $ABCD$ диагоналите AC и BD са перпендикулярни, пресичат се в точка O , $AO = 2$, $CO = DO = 3$ и $BO = 4$. Права, която минава през O и сключва с AC ъгъл φ , пресича страните AB и CD съответно в точки M и N .

а) Докажете, че $\frac{AM}{MB} \cdot \frac{DN}{NC} = \frac{1}{2}$.

б) Определете стойностите на φ , за които $AM = CN$.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА