ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ
20 ОКТОМВРИ 2012 ГОДИНА ГРАД ВИДИН

3 КЛАС

Решенията на задачите трябва да се опишат подробно.

1 зад. Ще разбереш през коя година е завършен и осветен храмът „Свети Димитър" в град Видин, като решиш двата числови израза и поставиш двата отговора един до друг: АВ

А $(9.8-6.9)-64:8+(7:7-5.0)+(32:4+0.7)+0:3=$

В $(100-9.9)-60:10+(9.3-9:9)-100:10-3.1=$

2 зад. Намерете неизвестното число x от равенството $9.x=81:9+(17+28):5$.

3 зад. Получи числото 100 с помощта на пет еднакви цифри и едно от аритметичните действия.

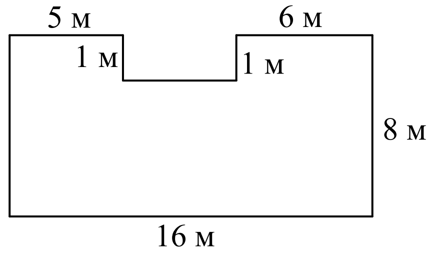
4 зад. Ако едно число намалим пет пъти и с още 9, ще получим 1. Кое е това число?

5 зад. На два рафта имало 90 книги. Като преместим от единия на другия рафт 10 книги, ще станат по равно . По колко книги е имало на всеки рафт първоначално?

6 зад. Да се намери обиколката на триъгълник АВС, ако АВ = 18 см, ВС е с 15 см по-къса от АВ, а АС е 5 пъти по-къса от разликата на АВ и ВС. Определете вида на триъгълника АВС.

7 зад. На Видинското пристанище има лодки, катери, яхти и кораби. Лодките са 28, катерите са 4 пъти по – малко от лодките, яхтите са 7 пъти по-малко от лодките и катерите взети заедно, а корабите са повече от яхтите и по – малко от катерите.Колко общо са плавателните съдове?

8 зад. Намерете обиколката на начертаната фигура.



ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА

ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ
20 ОКТОМВРИ 2012 ГОДИНА ГРАД ВИДИН

4 КЛАС

Решенията на задачите трябва да се опишат подробно.

1 зад. а) Кое число може да се представи като сбор от на петнадесет хиляди, четиринадесет стотици и шестдесет и пет единици?

б) пресметнете изразите A и B**,** ако $A = 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10$, а $B = 1.1+2.2+3.3+4.4+5.5+6.6$ и намерете тяхната разлика.

2 зад. Сборът на най-малките четири различни естествени четни числа е равен на обиколката на квадрат в сантиметри. На колко е равна обиколката на равностранен триъгълник със страна, равна на страната на квадрат?

3 зад. Да се пресметне стойността на израза $(19+a:3):b-2$, ако a е неизвестното число в равенството $636:6+a = 75.3+16$, а b е равно на стойността на израза $100+36-7.8-3-2.23+27-50$.

4 зад. Мартин учил 2 часа и 35 минути. Като приключил погледнал часовника и видял, че е 16 ч 20 мин. В колко часа е започнал да учи Мартин?

5 зад. Коя е следващата плочка в редицата? (Кои са числата А и Б? Опишете разсъжденията си.)

3	10	17	24	**А**
2	6	18	54	**Б**

6 зад. В двора на Димитър има 3 червени, 4 зелени и 5 сини топчета. Най-малко колко топчета трябва да извади от джоба си Димитър, без да гледа, за да е сигурен, че ще извади поне едно зелено топче? (Обяснете разсъжденията си.)

7 зад. Всеки ден Снежанка и 7-те джуджета си похапвали по 5 лъжици сладко от горски ягоди от буркан с тегло 650 гр. Колко грама няма да им достигнат за последния ден, ако знаете, че една лъжица побира 6 грама?

8 зад. В една сладкарница всички вафли стрували по 32 стотинки. По случай Димитровден собственикът решил на всяко дете на входа да дава толкова пари, колкото то има в момента. През този ден Димитър влязъл в сладкарницата 4 пъти и всеки път изяждал по една вафла. Накрая останал без пари. Колко пари е имал Димитър, когато влязъл за първи път?

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА

ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ
20 ОКТОМВРИ 2012 ГОДИНА ГРАД ВИДИН

5 КЛАС

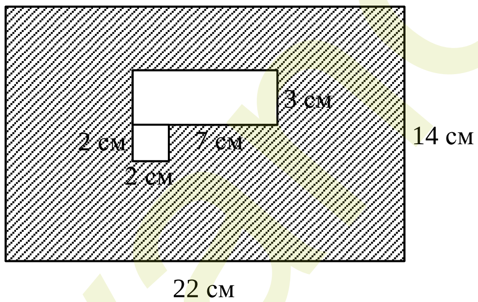
Решенията на задачите трябва да се опишат подробно.

1 зад. Кое е най – малкото между числата *A*, *B* и *C*, ако $A = 126:3 + 18:2$, $B = 10 + (252 - 18):2$ и $C = 3 + 2.(154:14) - 24$?

2 зад. Към най – голямото четирицифрено число, в записа на което цифрата 8 се среща точно два пъти, Елена прибавила най – малкото четирицифрено число, в записа на което цифрата 1 се среща точно три пъти. Колко трябва да прибавим към полученото от Елена число, за да получим числото 11000?

3 зад. Готвач приготвя 5 омлета с 10 яйца и 150 грама сирене. Колко яйца и колко грама сирене са необходими за приготвяне на 4 омлета?

4 зад. Намерете лицето на защрихованата част на фигурата.



5 зад. На едно състезание по бързо ядене на бонбони се явили Томи, Аника и Пипи Дългото чорапче и изяли общо 82 бонбона. Аника изяла 3 пъти повече от Томи, а Пипи изяла с два бонбона повече отколкото Томи и Аника заедно. Колко е общият брой на бонбоните, изядени от Томи и Пипи?

6 зад. Ирина записала датите на месец ноември. Теодора помислила, че това са произведения и сложила между тях плюсове. Сега ти пресметни стойността на получения израз: 1.11 + 2.11 + 3.11 + … и т.н. до 30.11.

7 зад. Две зеленчукови градини с форми на квадрат и правоъгълник имат обща ограда, която представлява телена мрежа. Колко метра телена мрежа е необходима за ограждането на двете градини, ако се знае, че за поливането на квадратната градина се изразходват 39200 л вода, а за правоъгълната – 44800 л, като за 1 кв.м се изразходват 8 л вода?

8 зад. Тази година Митко ще празнува имения си ден на 26 октомври, в петък. Рождения си ден е празнувал 43 дни преди това. В кой ден от седмицата Митко е празнувал рождения си ден?

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА

ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ
20 ОКТОМВРИ 2012 ГОДИНА ГРАД ВИДИН
6 КЛАС

Задача 1. Намерете неизвестното число x от равенството

$$0{,}75+\left(\frac{1}{4}+\frac{1+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{0{,}25}}{6-\frac{26}{2+1{,}1\,.\,10}}\right):x=\frac{4}{5}\,.\,\frac{\frac{3}{2}\,.\,0{,}4\,.\,25}{\frac{1}{2}\,.\,3}-6\,.\,\frac{1}{3}$$

Задача 2. Страните на успоредник са с дължини 8 см и 5 см, а една от височините му е с дължина 6 см. Пресметнете лицето на успоредника.

Задача 3. От ляво и отдясно на числото 17 трябва да допишем по една цифра така, че полученото четирицифрено число да се дели на 45, но да не се дели на 90. Намерете тези цифри.

Задача 4. Една от страните на успоредник е равна на 8 см и тя е 20% от периметъра му. Лицето на трапец с основи съответно равни на страните на успоредника и височина 5 см е равно на $\frac{5}{6}$ от лицето на успоредника. Намерете височините на успоредника.

Задача 5. В две стаи имало 68 човека. От едната стая излезли 25 човека, а от другата - 35 и в двете стаи останали по равен брой хора. Колко човека е имало първоначално в двете стаи?

Задача 6. Правоъгълник е разбит на 9 по-малки правоъгълника. Периметрите на четири от тях са отбелязани на чертежа. Намерете периметъра на означения с x правоъгълник.

10		x
11		
12		13

Задача 7. Слонче и майка му изяждат за 8 дена 48 корита с храна. За 10 дена същото слонче, майка му и братчето му изяждат 80 корита с храна. И в двата случая слончетата изяждат еднакво количество храна за един ден, майка им - също, а количеството храна във всяко от коритата е едно и също. Колко корита с храна изяжда едно слонче за един ден и колко корита с храна изяжда майка му за един ден?

Задача 8. Цифрата на стотиците на трицифрено число е 4. Ако преместим тази цифра в края на числото, получаваме число, което е $\frac{3}{4}$ от първоначалното. Намерете първоначалното число.

Отговорът на всяка задача да се обоснове математически!
Време за работа – 3 часа.

ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ
20 ОКТОМВРИ 2012 ГОДИНА ГРАД ВИДИН

7 КЛАС

1 зад. Пресметнете стойността на израза $-24+24:\left(-3\frac{3}{7}\right)-\left(-\left|-5\frac{1}{6}+3\frac{3}{4}\right|+4,75\right)+(-42,4):0,4$.

2 зад. Пресметнете стойността на израза $\frac{49^3.18^4}{14^6.27^2}-\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}-\frac{2012^5-2012^4}{2012^5}$.

3 зад. Три числа се отнасят тъй както $1:3:5$. Разликата на третото и първото число е със 70 по-голяма от второто число. Намерете числата.

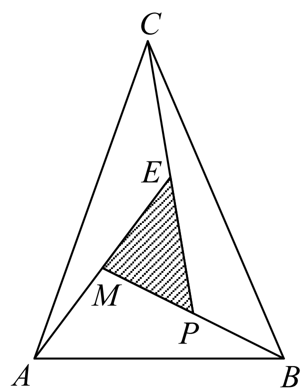
4 зад. Намерете стойността на израза $A=m-n$, ако m е най-малкото цяло едноцифрено число, а n е най-голямото цяло число, което е по-малко от $-23,4$.

5 зад. В правоъгълна координатна система с единична отсечка 1 см са построени точките $A(1;0)$, $B(3;0)$ и $C(0;-4)$. Намерете лицето на триъгълник ABC и обема на тялото, получено при въртенето на триъгълника ABC около ординатната ос.

6 зад. Произведението на годините на Ани и Мими догодина ще е с 29 повече, отколкото е сега. Намерете какъв е сборът от годините им сега.

7 зад. През първия ден на колоездачен пробег участниците изминали 37,5% от целия път, а през втория ден – $\frac{1}{5}$ от него. Намерете дължината на пробега, ако останалата част след двата дни е с 12 км по-малка от половината му.

8 зад. Лицето на триъгълник MPE е 5 кв. см, като M е среда на AE, E е среда на CP и P е среда на BM (виж чертежа). Намерете лицето на триъгълник ABC.



ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА

ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ

гр. Видин, 20 октомври 2012 година

ЗАДАЧИ ЗА 8 КЛАС

Задача1. Ако $f(x)$ е нормалният вид на полинома $(x-4y+2)^2-8y(2y-x-2)$, намерете $f(p)$, където p е корен на уравнението $3p-3[p-3(p-3)]=3$.

Задача2. За кои стойности на параметъра p уравненията $p^2.x+p=25x-5$ и $|2x+3|=|5-2x|$ са равносилни?

Задача3. Влак трябва да измине разстоянието между две гари *A* и *B*. Като изминал половината от пътя със скорост $\frac{4}{5}$ *km/min*, влакът спрял за $\frac{1}{4}$ час, а след това увеличил скоростта си със 100 *m/min* и пристигнал навреме в гара *B*. Да се намери разстоянието между гарите *A* и *B*.

Задача4. Даден е триъгълник ABC, за който $\angle BAC=45^\circ$. През върха A е построена права, перпендикулярна на ъглополовящата на $\angle BAC$, която пресича BC в точка M, като:

а) ако B е между C и M, върху лъча $BA^{\to}$ след A е нанесена отсечката $AC_1=AC$. Да се докаже, че $\Delta AC_1M \cong \Delta ACM$ и да се намери $\angle ACC_1$.

б) ако C е между B и M, точка C_1 от правата AB е такава, че $BC_1=BM=BA+AC$ и A е между C_1 и B. Да се докаже, че AM е ъглополовяща на $\angle C_1MC$ и да се намери $\angle C_1MC$.

ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ

20 ОКТОМВРИ 2012 ГОДИНА ГРАД ВИДИН

9 КЛАС

1 зад . а) Опростете израза $\left(\sqrt{3+\sqrt{2}}+\sqrt{3-\sqrt{2}}\right)^2-\sqrt{\left(2\sqrt{7}-6\right)^2}$.

б) Намерете b и решете уравнението $(b-1)x^2+(b+1)x=72$, ако то има корен -3.

2 зад . а)Параход изминава за 3h по течението на река и за 2h срещу течението ѝ общо 240km, а за 3h срещу течението – с 35km повече, отколкото за 2h по течението. Намерете скоростта на парахода срещу течението и скоростта на течението.

б) Да се намери за колко време парахода ще настигне сал, тръгнал от същото пристанище 3 часа по-рано.

3 зад . В триъгълника ABC $\angle ACB=60^\circ$ и ъглополовящите $AM\,(M\in BC)$ и $BK\,(K\in AC)$ се пресичат в точка L. Да се намери $\angle ALB$ и да се докаже, че $LM=LK$.

4 зад . Даден е триъгълник ABC ($AC\neq BC$). Височината CH ($H\in AB$) е $12\ cm$. Намерете разстоянието от медицентъра на триъгълника до страната AB.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА

ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ
20 ОКТОМВРИ 2012 ГОДИНА ГРАД ВИДИН

10 КЛАС

Задача 1. Решете системата $\left| \begin{array}{l} (x+1)^2 + \dfrac{(2y+1)^2 + 7}{4} = x^2 + (y+2)^2 \\ 2x^2 - 3xy + 2y^2 = 4 \end{array} \right.$.

Задача 2. Решете уравнението $\left(3+\sqrt{x+6}-\sqrt{19-3x}\right).\left(\dfrac{2x^2+x-6}{x^2-4}-\dfrac{x}{x+2}-\dfrac{1}{x-2}\right)=0$.

Задача 3. В правоъгълна координатна система Oxy са дадени точките $A(1;3)$, $B(-3;0)$ и $C(0;-4)$.

а) Да се докаже, че триъгълник ABC е равнобедрен и правоъгълен и се намерят лицето и периметъра му.

б) Да се намерят координатите на центъра и пресечните точки с оста Ox и оста Oy на описаната окръжност около триъгълник ABC.

Задача 4. Точка M лежи върху страната AB на квадрат ABCD, MD и MC пресичат AC и BD съответно в точки P и Q.

а) Докажете, че $\dfrac{MP}{PD}+\dfrac{MQ}{QC}=1$.

б) Ако $\dfrac{MP}{MD}+\dfrac{MQ}{MC}=\dfrac{2}{3}$, докажете, че M е среда на AB.

в) Ако $AM = BN$, където PN е ъглополовяща в триъгълник BMP, намерете $AM : MB$ и $\angle MPB$.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА

ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ
20 ОКТОМВРИ 2012 ГОДИНА ГРАД ВИДИН

11 КЛАС

Задача 1. Ако $\frac{1}{8} < a < \frac{1}{4}$, да се опрости израза $(4a-1)\left\{\frac{1}{8a}\left[\left(\sqrt{8a-1}+4a\right)^{-1}-\left(\sqrt{8a-1}-4a\right)^{-1}\right]\right\}^{\frac{1}{2}}$.

Задача 2. За ΔABC при стандартни означения $b=15$, $c=14$ и $tg\beta=\frac{12}{5}$. Да се намерят периметъра, ъгъл α и радиуса на описаната окръжност.

Задача 3. На сергия на пазара се продават 40 пъпеша, от които 6 в не особено добро състояние.

а) Минава купувачът А (леко разсеян) и купува 3 пъпеша. Каква е вероятността измежду тях да има "лош"?

б) Тъй като измежду купените от А пъпеши 1 се оказал "лош", той се оплаква на Комисията за контрол на качеството. Комисията веднага прави проверка и само на горния ред открива и бракува 3 "лоши" пъпеша. Удовлетворена, комисията си тръгва, без да провери другите редове. Минава купувачът В и купува, без да избира, 2 пъпеша. Каква е вероятността В да е купил само хубави пъпеши?

Задача 4. В ΔABC $\angle C=60°$. Медианата CM и ъглополовящата AL се пресичат в точка Q, като $CL^2=AL.QL$. Да се докаже, че:

а) $\angle CAB=2.\angle LCQ$; б) $a^2-b^2=b(c-a)$; в) ΔABC е равностранен.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА

ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ
20 ОКТОМВРИ 2012 ГОДИНА ГРАД ВИДИН

12 КЛАС

1 зад. Числата $a_1, a_2, a_3, \ldots$ образуват аритметична прогресия, а числата $b_1, b_2, b_3, \ldots$ образуват геометрична прогресия. Частното на геометричната прогресия е равно на първия член a_1 на аритметичната прогресия, а разликата на аритметичната прогресия е равно на първия член b_1 на геометричната прогресия. Дадено е че $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 32$ и $b_1 + b_2 = 12$.

а) Да се намерят числата a_3 и b_3.

б) В случая, когато $b_1 > a_1$, да се намери най-малкото естествено число n, за което $b_n > 1996$.

2 зад. Дадено е уравнението

$$2x^2 - 2\left(2\cos\alpha - 1\right)x + 2\cos^2\alpha - 5\cos\alpha - 1 = 0.$$

а) За кои стойности на α уравнението има реални корени?

б) Ако x_1 и x_2 са корени на уравнението, да се изрази $S = \dfrac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 + x_2}$ като функция на α и да се намери стойността на тази функция, ако $\sin\alpha = \dfrac{4}{5}$ и $\dfrac{\pi}{2} \le \alpha \le \pi$.

3 зад. Успоредникът $ABCD$ има диагонали $AC = 14$ и $BD = 2\sqrt{19}$. Ъглополовящата BL на ъгъл ABC пресича продължението на AD в т. Q. Полученият трапец $ABLD$ е равнобедрен. Намерете отношението на лицата $S_{\triangle DLQ} : S_{\triangle ABQ}$.

4 зад. В триъгълника ABC дължината на страната $AB = 2\sqrt{7}$, $\angle ACB = 60^\circ$ и $AO : OB = 1 : 2$, където точката O е център на вписаната в $\triangle ABC$ окръжност. Намерете лицето на триъгълника.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА