

Language: Bulgarian

Day: 1



EGMO 2013

European Girls' Mathematical Olympiad

Сряда, 10 Април, 2013

Задача 1. На продължението на страната BC на триъгълник ABC е избрана точка D така, че $CD = BC$ и C е между B и D . На продължението на страната CA е избрана точка E така, че $AE = 2CA$ и A е между C и E . Да се докаже, че ако $AD = BE$, то триъгълник ABC е правоъгълен.

Задача 2. Да се намерят всички естествени числа m , за които квадрат $m \times m$ може да бъде разрязан на пет правоъгълника, чиито страни са числата $1, 2, 3, \dots, 10$ в някакъв ред.

Задача 3. Дадено е естествено число n .

- (а) Да се докаже, че съществува множество S от $6n$ две по две различни естествени числа такива, че най-малкото общо кратно на всеки две числа от S е не по-голямо от $32n^2$.
- (б) Да се докаже, че от всяко множество T от $6n$ две по две различни естествени числа могат да се изберат две, чиито най-малко общо кратно е по-голямо от $9n^2$.

Language: Bulgarian

Day: 2



EGMO 2013

European Girls' Mathematical Olympiad

Четвъртък, 11 Април, 2013

Задача 4. Да се намерят всички естествени числа a и b , за които съществуват три последователни цели числа, за всяко от които стойността на полинома

$$P(n) = \frac{n^5 + a}{b}$$

е цяло число.

Задача 5. Да означим с Ω описаната окръжност около триъгълник ABC . Окръжност ω се допира до страните AC и BC и се допира вътрешно до Ω в точката P . Права, която пресича вътрешността на триъгълника ABC и е успоредна на AB , се допира до ω в точка Q .

Да се докаже, че $\angle ACP = \angle QCB$.

Задача 6. Снежанка и седемте джуджета живеят в къща в гората. През всеки един от 16 последователни дни някои от джуджетата работели в диамантената мина, а останалите събирали плодове в гората. Всеки ден всяко джудже или работело в мината или събирало плодове. За произволни два дена (не непременно последователни) съществуват поне три джуджета, всяко от които през тези два дена работело и на двете места. През първият ден всички джуджета работели в мината. Да се докаже, че през някои от тези 16 дни всички джуджета са събирали плодове.

Language: Bulgarian

Време: 4 часа и 30 минути
Всяка задача се оценява със 7 точки