

ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ  
16 ОКТОМВРИ 2010 ГОДИНА ГРАД ВИДИН

4 КЛАС

**1 зад.** Извършете означените действия:  $240 \cdot (0 + 4) - 560 : (2 + 0 + 3 - 0) + 2 \cdot 0.305$ .

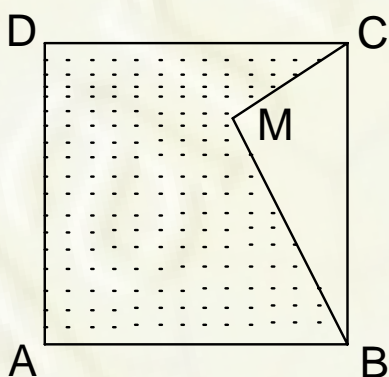
**2 зад.** Сборът на три числа е 970. Сборът на първото и второто е 710, а разликата на третото и второто е 91. Да се намерят числата.

**3 зад.** Ани изяла 1 семка, Боби изял 2, после Ани – 3, после Боби – 4, Ани – 5 и така нататък, докато накрая Ани изяла 99, после Боби – 100 и семките свършили. Колко семки по-малко от Боби е изяла Ани?

**4 зад.** Годините на Мария са 3 пъти повече от годините на братчето ѝ Димитър. Майката на двете деца е на 40 години и е с 25 години по-голяма от Мария. С колко години майката на двете деца е по-голяма от Димитър?

**5 зад.** Теглото на 3 кученца и 2 котенца е 11 кг, а теглото на 4 кученца и 3 котенца е 15 кг. Намерете колко килограма тежат 2 кученца и 1 котенце.

**6 зад.** Обиколката на квадрата ABCD е 64 см, а на триъгълника MBC е 36 см. Намерете обиколката на фигурата ABMCD.



**7 зад.** Обиколката на правоъгълник е 22 см. Ако дължината на правоъгълника се увеличи 2 пъти, а широчината остане непроменена, ще се получи правоъгълник с обиколка 30 см. Колко сантиметра е широчината на правоъгълника?

**8 зад.** Намерете сбора  $A+B+C$ , ако  $A = 304 + 436 : 4$ ,  $B : 9 = 116 - 84$ , а  $C$  е най-малкото число, сборът от всички цифри на което е 20.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА  
Резултати на: [www.smb-vidin.com](http://www.smb-vidin.com)

ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ

ГРАД ВИДИН

16 ОКТОМВРИ 2010 ГОДИНА

5 КЛАС

**Задача 1.** Пресметнете стойността на израза  $3712 - 612.6 + (111 + 3737 : 37) : 2$ .

**Задача 2.** Умаляемото е два пъти по – голямо от най – малкото трицифрено число, записано с различни цифри. Колко е умалителят, ако разликата е 99?

**Задача 3.** Ако дължината на един правоъгълник се намали с 3 см, а ширината се увеличи с 3 см, ще се получи квадрат с обиколка 4120 мм. Намерете лицето на правоъгълника.

**Задача 4.** Намерете всички трицифрени числа с произведение от цифрите 8.

**Задача 5.** Тази сутрин тате ми даде пари. Първо си купих закуска за 60 ст. Останалите пари разделих със сестра си. После от останалите пари похарчих 1 лв и 20 ст за тетрадка, а когато Петър ми върна 35 ст, с които му бях услужил вчера, видях, че имам 80 ст. Колко пари ми е дал баща ми?

**Задача 6.** Правоъгълник с обиколка 42 см е разделен на два еднакви квадрата. Колко квадратни сантиметра е лицето му?

**Задача 7.** Цената на 7 рози и 4 карамфила е 9 лв. Цената на 7 карамфила и 4 рози е 7 лв и 50 ст. Колко струват общо 1 карамфил и 1 роза?

**Задача 8.** Вальо, Тони, Митко и Иво си купили нови коли – червена, синя, сребриста и бяла. Колата на Тони не е синя, Митко не харесва сребрилата, колата на Тони е между червената и бялата, синята кола е пред колата на Иво и след червената. Колата на Вальо не е синя. Какъв е цветът на колата на Митко?

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА

Резултати на: [www.smb-vidin.com](http://www.smb-vidin.com)

ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ  
16 ОКТОМВРИ 2010 ГОДИНА ГРАД ВИДИН

6 КЛАС

**Задача 1.** Пресметнете стойността на израза:

$$202 \cdot 202 : 101 + 2\% \text{ от } 40\% \text{ от } 1000 .$$

**Задача 2.** Намерете за коя стойност на  $x$  е вярно равенството  $\left(\frac{2}{3} + 1\frac{1}{3} \cdot x\right) : \frac{5}{6} = 180.0,04$ .

**Задача 3.** Кое от числата  $\frac{300}{301}$  и  $\frac{301}{300}$  е по-близко до числото 1? Обосновайте отговора си.

**Задача 4.** Митко има 5 птици (четири кокошки и един петел). Едната кокошка снася 1 яйце на всеки два дни, втората – 4 яйца на 5 дни, а останалите за 8 дни снасят по 5 яйца всяка. Колко яйца ще събере Митко за 40 дни?

**Задача 5.** Трима рибари обичали да ловят риба на едно и също място. Първият ходел на риба всеки трети ден, вторият – всеки пети ден, а третият – всеки десети ден. След колко дни и в кой ден от седмицата тримата рибари ще ловят пак заедно риба, ако днес и тримата са на риболов и е събота?

**Задача 6.** Една машинописка напечатала  $\frac{11}{24}$  от ръкопис, а друга –  $\frac{17}{36}$  от него. Колко страници е ръкописът, ако разликата в броя на напечатаните от двете машинописки страници е 3?

**Задача 7.** Дължините на страните на правоъгълен триъгълник са 8см, 15см и 17см. Намерете дължината на височината към хипотенузата.

**Задача 8.** Обемът на правоъгълен паралелепипед е 30 куб.см, а измеренията му в сантиметри са естествени числа. Сборът на дължините на всичките ръбове на паралелепипеда се дели на 36. Намерете повърхнината му.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА  
Резултати на: [www.smb-vidin.com](http://www.smb-vidin.com)

ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ  
16 ОКТОМВРИ 2010 ГОДИНА ГРАД ВИДИН

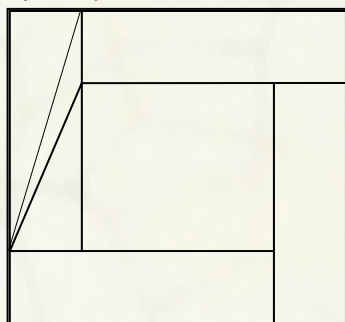
7 КЛАС

**Задача 1.** Ако  $x = 4 - 3^2$  и  $y = 2^3 - 1$ , сравнете по големина стойностите на изразите  $a = \frac{(-x)^2}{|-y|}$ ,

$$b = \frac{|y+1|}{(x+1)^3} \text{ и } c = \frac{1}{5} \cdot \left| \frac{x-2}{y-2} \right|.$$

**Задача 2.** Два правоъгълни паралелепипеда с измерения 11 см, 1,2 дм и 0,13 м са залепени така, че се е получил паралелепипед с най-голяма повърхнина. Колко квадратни дециметра е тази повърхнина?

**Задача 3.** Квадрат със страна 10 см е разделен на четири еднакви правоъгълника и квадрат със страна 6 см, както е показано на чертежа. Колко процента от лицето на ABCD е лицето на оцветения триъгълник?



**Задача 4.** На остров Боабаба разменят 11 кокосови ореха за 14 ананаса, за 22 мандарини дават 21 ананаса, за 10 мандарини – 3 банана, а за 5 портокала – 2 банана. Колко кокосови ореха могат да се получат за 13 портокала?

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА  
Резултати на: [www.smb-vidin.com](http://www.smb-vidin.com)

ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ  
16 ОКТОМВРИ 2010 ГОДИНА ГРАД ВИДИН

8 КЛАС

**Задача 1.** Решете неравенството:

$$\frac{1}{2} \left( \frac{1}{3} - \frac{(1-x)^2 - 8}{2} \right) - \frac{x-2}{3} + \left( \frac{x+3}{2} \right)^2 < -\frac{1}{6}.$$

**Задача 2.** а) Решете уравнението:

$$(x+1)^3 + (x-2)^2 = x(x+1)(x+3).$$

б) Намерете стойностите на параметрите  $a$  и  $b$ , за които уравненията  $|x-1| = 3x+7$  и  $b(x^2 - b) + ax(1-b) = (a-b)(a+b)$  са равносилни.

**Задача 3.** В триъгълник ABC са прекарани височините AP и BQ. Правите AP и BQ се пресичат в точка H и отсечките HP и HQ са равни. Докажете, че точките A, B, P и Q са върхове на равнобедрен трапец.

**Задача 4.** В четириъгълник ABCD  $\angle A = \angle B = 45^\circ$  и  $\angle C = 135^\circ$ . Точка M е такава, че  $MA \perp AB$  и  $MD \perp DB$ .

а) Докажете, че триъгълник MBD е равнобедрен.

б) Ако MD е ъглополовяща на  $\angle AMC$ , намерете мярката на  $\angle MDC$ .

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА  
Резултати на: [www.smb-vidin.com](http://www.smb-vidin.com)

ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ  
16 ОКТОМВРИ 2010 ГОДИНА ГРАД ВИДИН

9 КЛАС

**Задача 1.** От Видин за Божурица, разстоянието между които е 19 км, тръгва велосипедист. 15 мин по-късно от Видин в същото направление тръгва мотопедист, който след 10 мин го настига. Мотопедистът пристига в Божурица, по някаква причина тръгва обратно, без да спира, и 50 мин след излизането си от Видин отново среща велосипедиста. Да се намерят скоростите на велосипедиста и мотопедиста, ако те са били постоянни.

**Задача 2.**  $CD$  е височина към хипотенузата в правоъгълния  $\triangle ABC$ , а точките  $M$ ,  $N$  и  $P$  са среди съответно на отсечките  $AD$ ,  $BD$  и  $CD$ . Да се докаже, че: а)  $P$  е ортоцентър на  $\triangle ANC$ ; б)  $BP \perp CM$ .

**Задача 3.** Да се реши квадратното уравнение  $6x^2 + (\sqrt{3} - 13)x + 3 + \sqrt{3} = 0$ . Ако  $x_1$  е по-малкият, а  $x_2$  - по-големият му корен, да се опрости израза  $2\sqrt{3x_1x_2}$ .

**Задача 4.** Две окръжности се допират вътрешно в точка  $M$ . През произволна точка  $L$  на малката окръжност е построена допирателна, която пресича голямата окръжност в точки  $A$  и  $B$ . Да се докаже, че  $ML$  е ъглополовяща на  $\angle AMB$ .

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА  
Резултати на: [www.smb-vidin.com](http://www.smb-vidin.com)

ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ  
16 ОКТОМВРИ 2010 ГОДИНА ГРАД ВИДИН

10 КЛАС

**Задача 1.** Да се опрости за допустимите стойности на  $x$  изразът:

$$\left( \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}} + \frac{1-x}{\sqrt{1-x^2} - 1+x} \right) : \sqrt{\frac{1}{x^2} - 1}.$$

**Задача 2.** Дадено е уравнението  $x^2 - 2(b+3)x - 4b = 0$ , където  $b$  е реален параметър.

а) Да се реши при  $b = 1/2$ ;

б) За кои стойности на  $b$  единият корен на уравнението е с 1 по-голям от другия?

в) Да се намерят стойностите на параметъра, за които  $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} + \frac{9}{b} + \sqrt{40 - b^2} = 0$

**Задача 3.** Медианата  $AM$  на  $\triangle ABC$  дели височината му  $BD$  на отсечки с дължина  $3\frac{1}{3}$  см и

$4\frac{2}{3}$  см. Да се намерят  $AB$  и  $BC$ , ако  $AC = 21$  см.

**Задача 4.** Даден е трапец  $ABCD$  с основи  $AB$  и  $CD$ .

а) Ако  $\angle DAB = 90^\circ$  и точките  $M$  и  $N$  са разположени съответно върху бедрата  $BC$  и  $AD$  така, че  $MN \perp BC$ , да се докаже, че  $\triangle AMD$  и  $\triangle BNC$  са подобни.

б) Височината  $CC_1$  ( $C_1 \in AB$ ) има дължина  $a$  и разделя трапеца на квадрата  $AC_1CD$  и  $\triangle C_1BC$ . Радиусите на окръжностите, вписани в  $\triangle C_1BC$  и квадрата  $AC_1CD$ , се отнасят както 1:3. Да се намери периметърът на  $\triangle C_1BC$ .

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА  
Резултати на: [www.smb-vidin.com](http://www.smb-vidin.com)

ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ  
16 ОКТОМВРИ 2010 ГОДИНА ГРАД ВИДИН

11 КЛАС

**Задача 1.** Единият от корените на уравнението  $3x^2 + ax^2 + bx + 12 = 0$  е  $\sqrt{3} + 1$ . Намерете  $a$  и  $b$ , ако е известно, че те са цели числа.

**Задача 2.** Решете неравенството

$$\left(\sqrt{3} - 1\right)^{\frac{|x|+1}{x-1}} \leq \left(\sqrt{3} - 1\right)^{-\frac{x}{6}} \quad \text{и проверете дали числото } \frac{2}{3^4 - 3^2} \cdot \frac{3^{\frac{1}{4}} - 1}{3^2 - 1} \cdot \sqrt{3} \quad \text{е негово}$$

решение.

**Задача 3.** Върху едното рамо на ъгъл с големина  $150^\circ$  и връх  $A$  са избрани точки  $B$  и  $D$  така, че  $AD = 1$  и  $DB = 2$ . Намерете радиуса на окръжността, минаваща през  $B$  и  $D$  и допираща се до другото рамо на ъгъла.

**Задача 4.** Около трапец е описана окръжност с радиус 6 см и център, лежащ върху голямата му основа. Намерете лицето на трапеца, ако тангенсът на ъгъл при голямата му основа е равен на 3.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА  
Резултати на: [www.smb-vidin.com](http://www.smb-vidin.com)



ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ

ГРАД ВИДИН

16 ОКТОМВРИ 2010 ГОДИНА

12 КЛАС

**Задача 1.** Намерете четири числа, първите три от които са последователни членове на аритметична прогресия, а последните три са последователни членове на геометрична прогресия. Сборът на второто и третото число е 21, а сборът от четирите числа е 43.

**Задача 2.** Пресметнете  $\sin \alpha$ , ако  $\alpha \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$  и  $3\sin^2 \alpha - \cos \alpha = 3$ .

**Задача 3.** В правоъгълния  $\triangle ABC$  ( $\angle ACB = 90^\circ$ ) отсечките  $CM$  и  $CP$  ( $M \in AB, P \in AB$ ) са съответно медиана и ъглополовяща. Намерете острите ъгли и лицето на  $\triangle ABC$ , ако  $\angle MCP = \alpha$  и  $CP = l$ .

**Задача 4.** Нека  $M$  е точка върху страната  $AB$  на  $\triangle ABC$ . Намерете дължините на страните  $AC$  и  $BC$ , ако  $AM = 6$ ,  $BM = 18$ ,  $CM = 5$  и окръжностите, вписани в триъгълниците  $ACM$  и  $BCM$ , имат равни радиуси.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА

Резултати на: [www.smb-vidin.com](http://www.smb-vidin.com)