**МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА**
**РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО – гр. ВИДИН**
***тел. 094/601 731 факс 094/601 734, e-mai: iomon-vidin@dir.bg***

# 60-та НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
# ОБЩИНСКИ КРЪГ – 12.02.2011 г.
## IV клас

**1зад.** Намерете неизвестния умалител, ако умаляемото е равно на четвъртинката на стойността на израза $1235.7-163.3-2688:(1445-1442)$, а разликата е равна най-малкото четирицифрено число с цифра на стотиците равна на 6.

**7 точки**

**2зад.** Лицето на квадрат е 64 кв.м. Правоъгълник, с широчина 3 пъти по-голяма от дължината има същата обиколка като квадрата.

**а)** Намерете лицето на правоъгълника;

**б)** Колко кутии боя трябва да се купят за боядисването на правоъгълника и квадрата, ако 1 кутия съдържа 4 литра боя и с 1 литър се боядисват 2 кв.м.

**7 точки**

**3зад.** В два пакета има по равен брой книги, а общо книгите са 136. От първия пакет са продадени няколко книги, а от втория са продадени толкова, колкото са останали в първия пакет.

а) Колко книги са останали в двата пакета общо и колко струват продадените книги, ако цената на една книга е 8 лв.?

б) Колко списания биха могли да се купят с парите, които са дадени за продадените книги, ако цената на едно списание е 4 лв.?

**7 точки**

***Време за работа – 4 часа*** ***Желаем Ви успех!***

**МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА**
**РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО – гр. ВИДИН**
***тел. 094/601 731 факс 094/601 734, e-mai: iomon-vidin@dir.bg***

# 60-та НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
## ОБЩИНСКИ КРЪГ – 12.02.2011 г.
## V клас

**1зад.** Пресметнете x – y : z, ако:

$0,01 . (6,231 + 3,769) . x = 0,5$

$(7,6 – y) : 0,4 + 11,2 : 2 = 9,6$

$z = 0,72 . 26 – 70,8 + 0,72 . 74$

**7 точки**

**2зад.** Дадени са триъгълник и квадрат, които имат равни обиколки.

а) Ако лицето на триъгълника е 7,2 кв. м, две от страните му са 1,2 м и 1,6 м, а височината към третата страна е 7,2 м, намерете страна на квадрата;

б) Колко литра вода ще са необходими да се напълни аквариум с форма на правоъгълен паралелепипед, ако измеренията му $a$ и $b$ са съответно равни на най-малката и най-голямата страна на триъгълника, а височината му $c$ е равна на страната на квадрата.

**7 точки**

**3зад.** Едно естествено число ще наричаме „красиво”, ако всяка негова цифра е по-голяма от сбора на цифрите, които се намират вдясно от нея. Например числото 7410 е „красиво”, защото 1 > 0, 4 > 1 + 0, 7 > 4 + 1 + 0. Да се намерят всички „красиви” петцифрени числа.

**7 точки**

***Време за работа – 4 часа*** ***Желаем Ви успех!***

**МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА**
**РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО – гр. ВИДИН**
***тел. 094/601 731 факс 094/601 734, e-mai: iomon-vidin@dir.bg***

# 60$^{\text{-та}}$ НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
## ОБЩИНСКИ КРЪГ – 12.02.2011 г.
## VI клас

**1зад.** Намерете стойностите на $a$ и $b$:

а) $a = \dfrac{-0,5 + \dfrac{9}{10} : 3\dfrac{3}{5}}{\dfrac{5}{9}.1,17 + 0,35}$ $\qquad b = \dfrac{1}{\left|-5\right|^3}.(2.(-5)^4 - (-5)^3)$

б) Като използвате намерените стойности на $a$ и $b$ от а) в правоъгълна координатна система $Oxy$ нанесете точките $A(-1,75 + a; 3)$ и $B(b - 5; 3)$. Намерете лицето на триъгълника $AOB$.

**7 точки**

**2зад.** Георги има 100 броя еднакви кубчета с дължина на ръба 2 dm. С част от тях той построил възможно най-голям куб. От останалите (може и не всички) отново построил възможно най-голям куб и го поставил върху първия куб. След това отново построил възможно най-голям куб и го поставил върху втория куб. Намерете:

а) колко кубчета е използвал Георги;

б) повърхнината на полученото тяло.

**7 точки**

**3зад.** В турнир по футбол участват 5 отбора, като всеки отбор играе по една среща с останалите отбори. Всеки отбор получава 3 точки при победа, 1 точка при равен резултат и 0 точки при загуба.

Колко са равните мачове в турнира, ако сборът на всички получени точки е 26?

**7 точки**

***Време за работа – 4 часа*** ***Желаем Ви успех!***

**МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА**
**РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО – гр. ВИДИН**
***тел. 094/601 731 факс 094/601 734, e-mai: iomon-vidin@dir.bg***

# 60-та НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
## ОБЩИНСКИ КРЪГ – 12.02.2011 г.
## VII клас

**1зад.** Дадено е уравнението $a(a-2)x = 3(4a+5x+12)$, където $a$ е параметър.

а) да се реши уравнението при $a = 2$.

б) да се намерят стойностите на параметъра $a$, за които числото 1 е единствен корен на даденото уравнение.

**7 точки**

**2зад.** В остроъгълен триъгълник ABC височините през върховете A и B се пресичат в т. H, а ъглополовящите в триъгълника ABH през върховете A и B се пресичат в т. O.

а) Ако $\angle ACB = 80^\circ$, да се намерят $\angle AHB$ и $\angle AOB$.

б) Ако $\angle AOB$ е четири пъти по-голям от $\angle ACB$, да се намери $\angle ACB$.

**7 точки**

**3зад.** За да реши всички задачи от един сборник за няколко дни, Елена трябвало да решава по 28 задачи на ден.

Но задачите се оказали трудни и тя решавала с $42\frac{6}{7}\%$ по-малко от предвидения брой. След изтичане на определеното време останали 108 нерешавани задачи. Колко са били задачите в сборника?

**7 точки**

***Време за работа – 4 часа*** ***Желаем Ви успех!***

**МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА**
**РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО – гр. ВИДИН**
***тел. 094/601 731 факс 094/601 734, e-mai: iomon-vidin@dir.bg***

# 60-та НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
## ОБЩИНСКИ КРЪГ – 12.02.2011 г.
## VIII клас

**1зад.** Даден е изразът $f(x)=(x-1)^2-x.(x+6)$

а) Да се построи графиката на функцията $y=f(x)$, ако $-1<x\le 2$ и да се намерят координатите на пресечните точки на графиката с координатните оси;

б) Да се пресметне стойността на израза: $B=f(-2).f\left(\frac{3}{4}\right)-f(0):f\left(\frac{3}{16}\right)$

в) За кои стойности на параметъра $m$ уравненията $f(x)=0$ и $\frac{x+m}{2}=-m+1$ са равносилни? **7 точки**

**2зад.** Медианите на $\Delta ABC$ се пресичат в точка $O$ и $\angle AOB=\angle BOC=\angle COA$.

а) Да се докаже, че $\Delta ABC$ е равностранен.

б) Ако точките M и N лежат съответно върху отсечките OA и OC и $OM=\frac{1}{4}OA$, $ON=\frac{1}{2}OC$, да се намерят ъглите на $\Delta BMN$.

**7 точки**

**3зад.** а) Да се намерят стойностите на параметъра $m$, за които уравнението $(m-1).x^2+(m+4).x+m+7=0$ има равни корени.

б) Точката $M$ е среда на страната $AB$ на успоредника $ABCD$. Постройте точка $P$, така че $\overrightarrow{DP}=n.\overrightarrow{DM}$, където $n$ е по-голямата стойност на $m$ от а), и докажете че $C$, $B$ и $P$ лежат на една права.

**7 точки**

***Време за работа – 4 часа*** ***Желаем Ви успех!***

**МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА**
**РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО – гр. ВИДИН**
***тел. 094/601 731 факс 094/601 734, e-mai: iomon-vidin@dir.bg***

# 60-та НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
## ОБЩИНСКИ КРЪГ – 12.02.2011 г.
## IX клас

**1зад.** Дадено е уравнението $x^2+px+q=0$ с корени $\alpha$ и $\beta$. Намерете коефициентите $p$ и $q$ и корените на уравнението $\alpha$ и $\beta$, ако $\boldsymbol{\alpha}$ **+ 1** и $\boldsymbol{\beta}$ **+ 1** са корени на уравнението $x^2-p^2x+pq=0$.

**7 точки**

**2зад.** Да се реши системата: $\left|\begin{array}{l} 2x^2+7xy-4y^2+16x+y+14=0 \\ 3x^2+16xy-8y^2+32x+29=0 \end{array}\right.$

**7 точки**

**3зад.** Медианите AM и BN на $\Delta ABC$ се пресичат в точка G. Да се докаже, че в четириъгълника CNGM може да се впише окръжност тогава и само тогава, когато AC=BC.

**7 точки**

***Време за работа – 4 часа*** ***Желаем Ви успех!***

**МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА**
**РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО – гр. ВИДИН**
***тел. 094/601 731 факс 094/601 734, e-mai: iomon-vidin@dir.bg***

## 60$^{-\text{та}}$ НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
## ОБЩИНСКИ КРЪГ – 12.02.2011 г.
## X клас

**1зад.** Решете системата $\begin{vmatrix} x^4-2x^2-3>0 \\ \dfrac{5x-14}{x-1}\geq x-2 \end{vmatrix}$

**7 точки**

**2зад.** В квадрата ABCD точката E е вътрешна за страната BC и отсечките AE и BD се пресичат в точката G. Перпендикулярът през G към AE пресича CD в точката F, а върху отсечката FG е избрана вътрешна точка K така, че AK=EF. Да се намери $\angle EKF$ .

**7 точки**

**3зад.** Дадено е уравнението $(k-3)x^2+(2k-1)x+k+1=0$, където $k$ е реален параметър.

а) За кои стойности на параметъра $k$ корените на даденото уравнение са с различни знаци и по-големият по модул е отрицателно число.

б) За кои стойности на параметъра $k$ между реалните корени $x_1$ и $x_2$ на уравнението съществува зависимостта: $x_1^2+x_2^2+x_1+x_2\geq 0$.

**7 точки**

***Време за работа – 4 часа*** ***Желаем Ви успех!***

**МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА**
**РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО – гр. ВИДИН**
***тел. 094/601 731 факс 094/601 734, e-mai: iomon-vidin@dir.bg***

**60[-та] НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА**
**ОБЩИНСКИ КРЪГ – 12.02.2011 г.**
**XI клас**

**1зад.** Три положителни числа образуват геометрична прогресия и сумата им е 39. Първото от тях е пети, а второто – осми член на аритметична прогресия, за която сумата на първите девет члена е равна на третото от дадените числа. Да се намерят числата.

**7 точки**

**2зад.** Дадена е редицата с общ член $a_n = n^2 + n - 1$.

а) Да се намерят $a_1, a_7$ и $a_{21}$.

б) Да се докаже, че числото 239 е член на редицата и да се намери номерът му.

в) Да се докаже, че редицата е растяща.

**7 точки**

**3зад.** Нека $O$ и $H$ са съответно центъра на описаната окръжност и ортоцентъра на остроъгълния триъгълник $ABC$. Нека още $ON \perp AC, N \in AC$, $OM \perp BC, M \in BC$ и $ON = 3\sqrt{2}, OM = 1, S_{\Delta AHB} = 6$. Пресметнете мярката на $\angle ACB$ и косинуса на $\angle POQ$, където $P$ и $Q$ са петите на височините съответно през $A$ и $B$ на $\Delta ABC$.

**7 точки**

***Време за работа – 4 часа*** ***Желаем Ви успех!***

**МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА**
**РЕГИОНАЛЕН ИНСПЕКТОРАТ ПО ОБРАЗОВАНИЕТО – гр. ВИДИН**
***тел. 094/601 731 факс 094/601 734, e-mai: iomon-vidin@dir.bg***

# 60-та НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО МАТЕМАТИКА
## ОБЩИНСКИ КРЪГ – 12.02.2011 г.
## XII клас

**1зад.** Да се решат уравненията: $\left(x^2-4\right)\sqrt{x+1}=0$ и $\log_3\left(\log_9 x+\frac{1}{2}+9^x\right)=2x$; и да се намерят онези техни решения които са решения и на неравенството $\frac{x+1}{(x-1)^2}>1$.

**7 точки**

**2зад.** В тетраедъра *ABCD* стената *BCD* е перпендикулярна на стената *ABC*, а ръбът *AD* сключва с ръбовете *AB* и *AC* ъгли с големина $60^o$. Ако дължините на ръбовете *AB*, *BC* и *AC* са равни съответно на 2 см, 4 см и 3 см, да се намери:
а) обемът на тетраедъра *ABCD*;
б) ъгълът между стените *ABC* и *ABD*.

**7 точки**

**3зад.** Да се намерят всички стойности на параметъра $a$, за който уравнението $(x-2)\left[9^x+(2a-4).3^x+a^2-8a+7\right]=0$ има единствено решение.

**7 точки**

***Време за работа – 4 часа*** ***Желаем Ви успех!***