ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ
15 ОКТОМВРИ 2011 ГОДИНА ГРАД ВИДИН

4 КЛАС

1 зад. Извършете означените действия: $25-20:5+(78+78+78+78):3$.

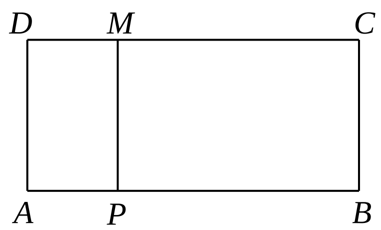
2 зад. Никола отворил една книга и забелязал, че сумата от номерата на лявата и на дясната страница е 27. Намерете произведението на двата номера.

3 зад. По тротоара, където живее Иван, са засадени 10 дървета. Те са подредени едно след друго и разстоянията между тях са равни. Иван изминава разстоянието от първото до второто дърво за 8 секунди. За колко секунди ще измине разстоянието от първото до последното дърво, ако скоростта му е една и съща?

4 зад. Запишете всички трицифрени числа, които имат сбор от цифрите си 4.

5 зад. Едната страна на правоъгълник е 3 см, а другата е два пъти по – голяма. Обиколката на равностранен триъгълник е с 12 см по – голяма от обиколката на правоъгълника. Намерете дължината на страната на триъгълника.

6 зад. Правоъгълникът $ABCD$ е разделен на два правоъгълника с отсечка PM. Обиколката на правоъгълника $PBCM$ е с 10 см по – голяма от обиколката на правоъгълника $APMD$. Намерете страната PB, ако $AP=3$см .



7 зад. Иван е по – голям от Петър, който е по – голям от Никола. Галя е по – голяма от Петър. Петя е по – малка от Иван и е по – голяма от Галя. Кой е трети по големина?

8 зад. В един селскостопански двор има един и същи брой прасета, гъски и кокошки. Тези домашни животни имат общо 144 крака. Намерете броя на всички животни.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА

ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ
15 ОКТОМВРИ 2011 ГОДИНА ГРАД ВИДИН

5 КЛАС

1 зад. Да се намери числената стойност на А, ако $A = 5210 - x$, а x е неизвестното число в равенството $x - 41 = 623$.

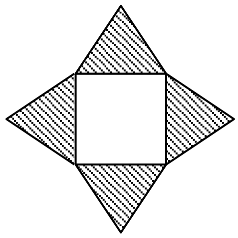
2 зад. Ако $B = 459:3 + 40.89 - 339:3$, а $C = 205 - 170:34$, да се намери колко пъти числото В е по-голямо от числото С.

3 зад. За една година зоопарк е посетен от 11568 деца, два пъти по-малко жени и мъже – с 485 по-малко от жените.Колко са всички посетители на зоопарка през тази година?

4 зад. На три дръвчета са кацнали общо 56 врабчета. В един момент отлетели 5 врабчета от първото дърво, 6 от второто и 3 от третото. Оказало се, че върху трите дървета са останали по равен брой врабчета. Колко врабчета е имало първоначално на второто дърво?

5 зад. Книга с приказки има 165 страници. Всяка от приказките започва на нова страница. Текстът на 8 от приказките е отпечатан на 1 страница, а на 35 от тях – на 2 страници. Текстът на всяка от останалите приказки е отпечатан на 3 страници. Колко приказки има в книгата?

6 зад. За звездата на чертежа е известно, че е образувана с помощта на равностранни триъгълници и квадрат. Обиколката на получената фигура е 24 см. Намерете лицето на квадрата.



7 зад. Квадрат с обиколка 36 см и правоъгълник с обиколка 46 см имат обща страна. Намерете разликата от лицата на двете фигури.

8 зад. Митко получил числото 0 по следния начин: $(6+6).(6-6)=0$. Решил да получи числата 1, 2, 3, 4 и 5 с помощта на точно четири цифри 6, знаците за деиствия събиране, изваждане, умножение, деление и скоби. Помогнете на Митко.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА

ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ
15 ОКТОМВРИ 2011 ГОДИНА ГРАД ВИДИН

6 КЛАС

1 зад. Пресметнете стойността на израза $1,23:\left(\frac{13}{15}+\frac{2}{15}.3\frac{3}{4}\right)+7,29.53+47.7,29$.

2 зад. Според Димитър 25% от книгите у тях са романи, а $\frac{1}{9}$ са поезия. Колко книги има в дома на Димитър, ако броят им е повече от 50 и по – малко от 100?

3 зад. Сборът на числата a, b и c е 108, като a е два пъти по – голямо от b, а b е с 12 по – малко от c. Намерете $\text{НОД}(a, b, c)$.

4 зад. В склад докарали пълен съд с мед, който тежи 80 кг. След като продали 60% от меда, съдът тежал 42,5 кг. Колко килограма тежи празният съд?

5 зад. Разполагаме с 4 картончета, на които са написани цифрите 0, 3, 6 и 7. Запишете всички четни четирицифрени числа, които можем да съставим с тези картончета.

6 зад. Група ученици били на тридневен поход. През първия ден изминали $\frac{2}{7}$ от целия маршрут, през втория – $\frac{3}{5}$ от останалото разстояние, а през третия – 20 км. Колко километра е целият маршрут?

7 зад. Намерете неизвестното число в равенството $\left(10,85-\left(x-1\frac{1}{4}\right).7\right):0,5+2\frac{3}{5}=4$.

8 зад. Даден е правоъгълникът $ABCD$ с дължина на страните $AB=24$ см, $BC=20$ см. Точките M, P и N лежат съответно на страните AB, BC и CD и $AM=\frac{1}{3}.AB$, BP е с 20% по – къса от BC и $CN=ND$. Намерете лицето на четириъгълника $AMPN$.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА

ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ
15 ОКТОМВРИ 2011 ГОДИНА ГРАД ВИДИН

7 КЛАС

Задача 1. а) Да се пресметнат $a=\dfrac{\left|-3.5^2\right|-\left|1-3^3\right|}{-2.(-4)-3^2}$ и $b=\dfrac{(-6)^4.2^3}{5^2}:\dfrac{(-3)^4.2^6}{(-5)^3}$. Да се изобразят върху числовата ос числата $\dfrac{1}{7}.a$ и $2.b$ и да се намери разстоянието между тях.

б) Да се намери отрицателното число x, за което стойността на израза $\dfrac{\left(xy^2\right)^4.\left(x^3y\right)^2}{\left(x^2y^3\right)^3}$ при $y=\dfrac{17-7:(-5)}{|6,8-9,1|}$ е равна на 5000.

Задача 2. Иво пресметнал, че ако си купи един сандвич ще му останат 0,40 лв, а ако си купи два кроасана ще му останат 0,30 лв. Колко лева е имал Иво, ако си е купил един кроасан и един сандвич?

Задача 3. Лицето на правоъгълника ABCD е 128 cm^2. Точките M, N, P и Q са средите съответно на отсечките BC, DC, AM и MN. Намерете лицето на триъгълник PQN.

Задача 4. Водата, превръщайки се в лед, увеличава обема си с $\dfrac{1}{11}$. В цилиндрична чаша с диаметър на дъното 6 см е поставена бучка лед с форма на правоъгълен паралелепипед с размери 0,45 дм, 2,4 см и 33 мм. Колко сантиметра ще бъде нивото на водата в чашата след разтопяването на поставената бучка лед? Изчислението направете с точност 0,01, като приемате стойност 3,14 за π.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА

ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ
15 ОКТОМВРИ 2011 ГОДИНА ГРАД ВИДИН

8 КЛАС

Задача 1. Дадени са изразите
$A=(x-1)(x^2+1)(x+1)-(x^2-1)^2-(x+2)(x+4)+19$ и
$B=x(-x-2)^2-(x-1)(x^2+x+1)$. Да се представят в нормален вид и да се намерят стойностите на *x*, за които:
а) $A>\frac{1}{4}B$; б) $A-B=0$.

Задача 2. Параход изминава разстоянието между две пристанища по течението на река за 3 h 15 min, а срещу течението й – за 4 h 20 min. Да се намери разстоянието между пристанищата, ако скоростта на течението на реката е 3 km/h. За колко секунди параходът е изпреварил танкер, който се е движил по течението на реката със скорост 15 km/h, ако дължината на парахода е 25 m, а на танкера – 50 m.

Задача 3. Диагоналите на правоъгълника ABCD се пресичат в точката O и $OA=BC$. През точката O е построена права l, която пресича страните AB и CD съответно в точките M и P. Ако $AM=a\,cm$ и $BM=2a\,cm$, да се докаже, че четириъгълника MBPD е ромб.

Задача 4. Да се разложи на множители многочленът $M=a^2+10a-b^2+12b-11$. Да се намери числената стойност на M, като a се замести със стойността на израза $a=|7-2x|-|x-9|-|x|$ за $x>10$, а b се замести с най-малката стойност на израза $P=\frac{y^2+2y+2012}{2011}$.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА

ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ
15 ОКТОМВРИ 2011 ГОДИНА ГРАД ВИДИН

9 КЛАС

Задача 1. Корените на уравнението $4x^2-4x-1=0$ са x_1 и x_2 ($x_1<x_2$).

а) Намерете стойността на израза $\left(\frac{1}{x_1}+3\right)^2+\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{2x_2}+3\right)+\sqrt{18}$.

б) Сравнете по големина изразите $A=x_1^2+4x_2+\frac{9}{8}$ и $B=x_1^3+4x_2^2+\frac{\sqrt{3}}{8}$.

Задача 2. Една желязна руда съдържа 30% желязо, а друга – 40%. Смес от двете железни руди съдържа 4600 кг желязо. Ако от първата руда се вземат 2000 кг по-малко, а от втората 4000 кг повече, ще се получи смес, чистото съдържание на желязото в която е 35%. По колко тона руда са взети от всеки вид при получаването на първата смес?

Задача 3. Точката М е медицентър на триъгълник ABC, триъгълникът $A_1B_1C_1$ е образ на ABC при транслация с вектор $\overrightarrow{AM}$ и $N=AB_1\cap BM$, $P=AC_1\cap CM$.

а) Докажете, че B_1C_1PN е трапец и правата AM разполовява основите му.

б) Ако четириъгълник B_1C_1MB е вписан в окръжност, докажете, че пресечната точка на правите BB_1 и CM лежи на описаната окръжност около триъгълник ABC.

Задача 4. Всеки участник в телевизионна игра трябва да събере или извади (в произволен ред) числата 2 и 9 и полученото число да изпрати в студиото (има право да участва само веднъж в играта), където компютър събира изпратените числа.

а) Посочете пример за изпратени числа, в който компютърът получава числото 1.

б) Посочете пример, при който се получава числото 2011. Намерете най-малкия брой участници за получаване на 2011.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА

ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ
15 ОКТОМВРИ 2011 ГОДИНА ГРАД ВИДИН

10 КЛАС

Задача 1 Да се реши уравнението $14\left(\sqrt{\frac{48+x}{3x+1}}+4\sqrt{\frac{3x+1}{48+x}}\right)=65$.

Задача 2. През върха *C* на трапец *ABCD* е прекарана права, успоредна на бедрото *AD*, която пресича *BD* в точка *M*. Да се намери отношението на основите, ако $DO : BM = 6 : 5$, където *O* е пресечна точка на диагоналите на трапеца.

Задача 3. От град *A* за град *B* се пътува първо с влак от *A* до *C*, а останалите 15 *км* от *C* до *B* – с автобус. Това пътуване отнема 1*ч*15*мин*, като автобусът тръгва веднага след пристигането на влака. Пътник сбъркал и слязъл на предишната спирка, която се намира на 5 *км* от *C* и вървял пеш до *C* със скорост 4 *км/ч*. В *C* се наложило да чака автобус 20 *мин* и в резултат на всичко това той пристигнал в *B* с 1*ч30мин* по-късно от предвиденото. Да се намери разстоянието от *A* до *C*, ако скоростта на влака е с 30*км/ч* по-голяма от скоростта на автобуса.

Задача 4. *CD* е височина в правоъгълния ΔABC с катети $AC = 3$ и $BC = 4$. Да се намери разстоянието между центровете на окръжностите, вписани в ΔADC и ΔDBC.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА

ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ
15 ОКТОМВРИ 2011 ГОДИНА ГРАД ВИДИН

11 КЛАС

Задача 1. За кои стойности на реалния параметър a всяко решение на неравенството $x^2-3x+2<0$ ще бъде решение и на неравенството $ax^2-(3a+1)x+3>0$.

Задача 2. Да се пресметне стойноста на
$A=2-13\cos 2\alpha+\sin^{-1} 2\alpha$, ако $\cot g\alpha=-\frac{1}{5}$.

Задача 3. Постройте графиката на функцията $f(x)=x^2-6x+5$. Ако точка А е връх на параболата, а точка В лежи на графиката и има абсциса 7, намерете лицето на триъгълник ОАВ, където О е началото на координатната система.

Задача 4. В правоъгълния триъгълник АВС с прав ъгъл при върха С, СН е височината към хипотенузата, а K, L и M са центровете на окръжностите вписани съответно в триъгълниците АНС, ВНС и АВС. Да се намери радиусът на окръжността описана около триъгълник KLM, ако $CH=\frac{3+\sqrt{3}}{4}$ и $HB=3AH$.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА

ДИМИТРОВДЕНСКО МАТЕМАТИЧЕСКО СЪСТЕЗАНИЕ
15 ОКТОМВРИ 2011 ГОДИНА ГРАД ВИДИН

12 КЛАС

Задача 1 Намерете най-малкия член на редицата с общ член

$a_n = 2n^2 - 20n + 48 - \dfrac{25}{(5n-31)^2 + 10}$. Отговорът да се обоснове.

Задача 2. Редица от две различни числа е продължена по два начина. При първия начин се получава аритметична прогресия, а при втория – геометрична прогресия. Третият член на геометричната прогресия е равен на десетия член на аритметичната прогресия. Намерете на кой член подред от аритметичната прогресия е равен четвъртият член на геометричната прогресия.

Задача 3. Точката M е средата на страната BC в триъгълника ABC. Окръжност с диаметър AM пресича страните AB и AC, съответно в точките P и Q. Ако $AM = 5cm, AP = 4cm$ и $AQ = 2\sqrt{5}cm$, да се пресметне дължината на страната BC на триъгълника ABC.

Задача 4. Нека $\cos\alpha = -\dfrac{7}{5\sqrt{2}}, \sin\beta = \dfrac{1}{\sqrt{10}}, \alpha \in \left(\dfrac{\pi}{2};\pi\right), \beta \in \left(\dfrac{\pi}{2};\pi\right)$. Да се пресметне мярката в радиани на ъгъл с големина $\alpha + 2\beta$.

ВРЕМЕ ЗА РАБОТА 3 ЧАСА